

dr inż. Piotr Danielczyk,
Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku – Białej
Wydział Budowy Maszyn i Informatyki
pdanielczyk@ath.bielsko.pl

Wykorzystanie koncepcji superelementu w optymalizacji konstrukcji z belek ażurowych

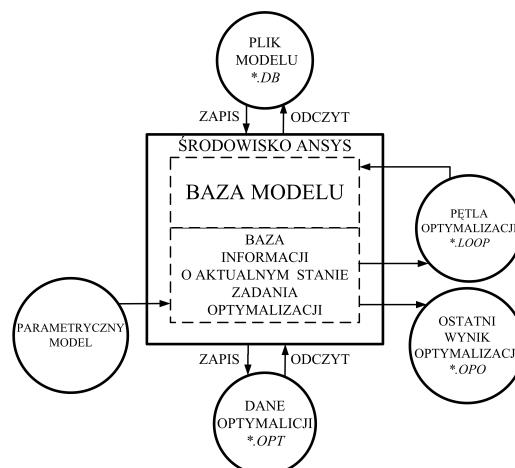
W pracy przedstawiono rozwiązanie zadania poszukiwania optymalnych wymiarów dachu hali z elementami nośnymi w postaci belki ażurowej. Do obliczeń wykorzystano metodę elementów skończonych. Pokazano korzyści wynikające z zastosowania w analizie superelementu.

The use of superelement in optimization of cellular beam constructions

The following paper shows the solution of searching optimal dimensions of the hall roof with carrying elements in the form of a cellular beam. The finite element method has been used for calculations. The benefits of using the superelement in the analysis have been presented.

WPROWADZENIE

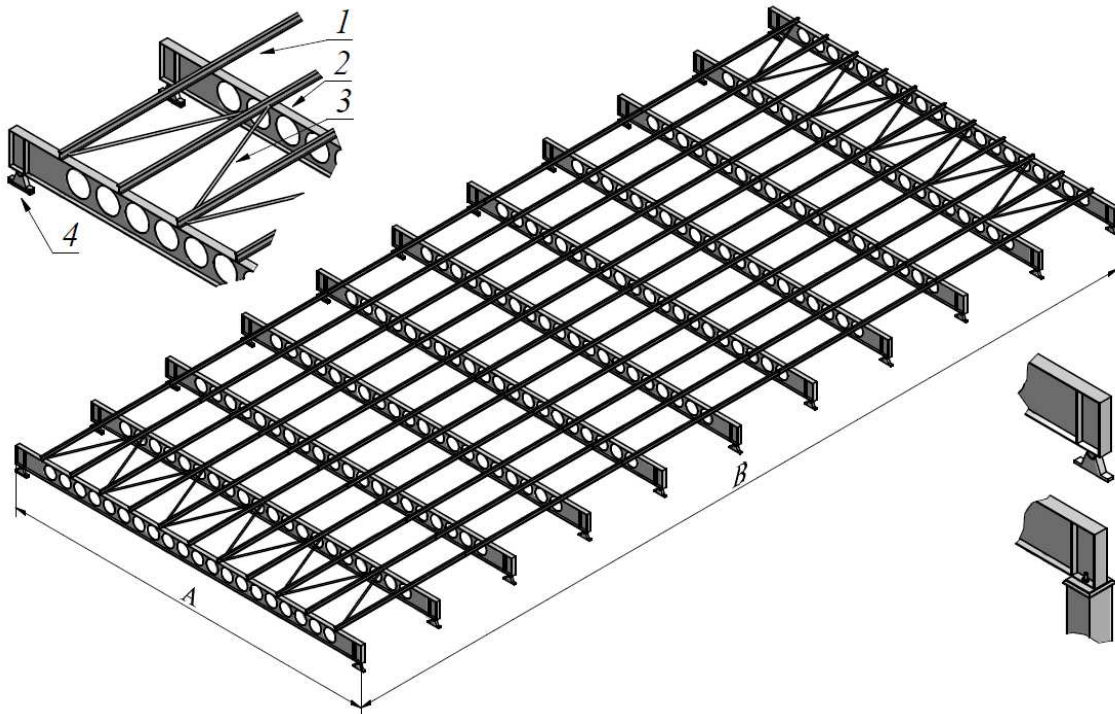
Proces rozwiązywania zadania optymalizacji z wykorzystaniem metody elementów skończonych, szczególnie w przypadku złożonych modeli obliczeniowych i skomplikowanych analiz, wymaga zaangażowania znaczących mocy obliczeniowych. W kolejnych iteracjach wyznacza się rozwiązania pośrednie, rozwiązując zdefiniowane zadanie np. zadanie analizy strukturalnej. Zwykle wykonanie pojedynczego kroku związane jest z koniecznością przebudowy siatki węzłów, a tym samym każdorazowo konieczna jest ingerencja w bazę modelu (rys.1) oraz przechowanie wyników o aktualnym rozwiązaniu. Dlatego też, w zadaniach optymalizacji upraszcza się model dyskretny tak, aby możliwe było uzyskanie rezultatów w akceptowalnym czasie, a także dąży się do wprowadzenia takich zmian wartości zmiennych zadania, aby ograniczyć konieczność przebudowy siatki węzłów modelu MES w kolejnych iteracjach i jak najlepiej wykorzystać wyniki iteracji poprzednich [7].



Rys. 1. Schemat przepływu informacji w module optymalizacji pakietu ANSYS [2]

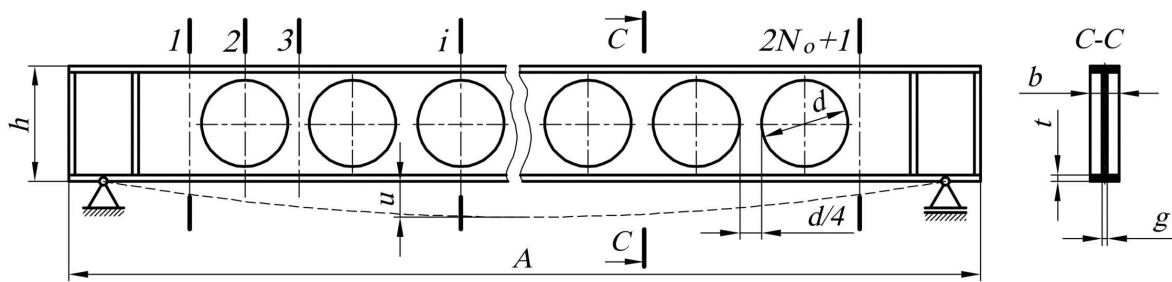
Inną drogą prowadzącą do ograniczenia zapotrzebowania na moc obliczeniową jest wykorzystanie metod pozwalających na redukcję rozmiaru zadania. Dla analiz statycznych często wykorzystuje się technikę modelowania z użyciem superelementów, gdzie rozpatrywany problem inżynierski rozkłada się na szereg mniejszych, które można rozwiązać niezależnie [6]. Szczególnie przydatne jest zastosowanie superelementu do modelowania powtarzalnych fragmentów konstrukcji, dla których można zdefiniować tzw. superelementy wtórne. Istnieje wtedy możliwość wykorzystania macierzy: sztywności, masy i tłumienia z superelementu podstawowego. Należy podkreślić, że korzyść wynikająca z takiego postępowania przy rozwiązywaniu zadania optymalizacji jest szczególnie duża, ponieważ każda iteracja metody wymaga odwołania do modelu dyskretnego – tym samym skrócenie czasu obliczeń oraz zmniejszenie zapotrzebowania na zasoby pamięci jest odnotowywane na każdym jego etapie.

Wykorzystanie tej idei zostanie przedstawione na przykładzie zadania poszukiwania optymalnych wymiarów konstrukcji nośnej dachu hali o wymiarach $A = 22$ m, $B = 48$ m przedstawionego na rys.2. Jest ona złożona z powtarzających się części, które są niejako naturalnymi superelementami [6] i doskonale nadaje się do modelowania tym właśnie sposobem.



Rys.2. Konstrukcja dachu hali

Elementami nośnymi są dźwigary dachowe w postaci spawanych belek ażurowych (2), do których zamontowane są płatwie (1) stanowiące bezpośrednie oparcie dla pokrycia dachu. Do skrajnych przęseł hali przykręcone są tężniki (3). Dla celów analizy założono sztywne podparcie dźwigarów (4) zastępując słupy odpowiednimi podporami: stałą i przesuwną. Na rys.3 przedstawiono konstrukcję pojedynczego dźwigara.



Rys. 3. Belka ażurowa

SFORMUŁOWANIE ZADANIA OPTYMALIZACJI

Zadanie optymalizacji, z uwzględnieniem odpowiednich wymagań wytrzymałościowych i dodatkowych warunków dotyczących kształtu i wymiarów hali oraz wymiarów pojedynczego dźwigara, sformułowano następująco:

1. Zmienne decyzyjne:

- grubość środnika g ,
- wysokość h dźwigara,
- liczba dźwigarów N_d ,

2. Funkcja celu: masa dźwigarów $m \rightarrow \min$,

3. Ograniczenia:

- maksymalne naprężenia zredukowane obliczone w charakterystycznych przekrojach belek $1, 2, \dots, i, \dots, 2N_o + 1$ (rys.3) nie mogą przekroczyć wytrzymałości obliczeniowej dla stali S235JR $f_d = 215 \text{ MPa}$ [9],
- ugięcie dźwigarów u (rys.3) nie może przekroczyć ugięcia dopuszczalnego (dla dźwigarów dachowych wartość ugięcia granicznego zgodnie z [9] wynosi $A/250$).

W zadaniu optymalizacji założono ponadto, że

- najmniejsza grubość środnika powinna wynosić 6 mm [3],
- liczba otworów na każdy metr długości nie powinna być większa niż 3 – warunek ten wynika z analizy istniejących rozwiązań konstrukcyjnych dźwigarów dachowych w postaci belek ażurowych.

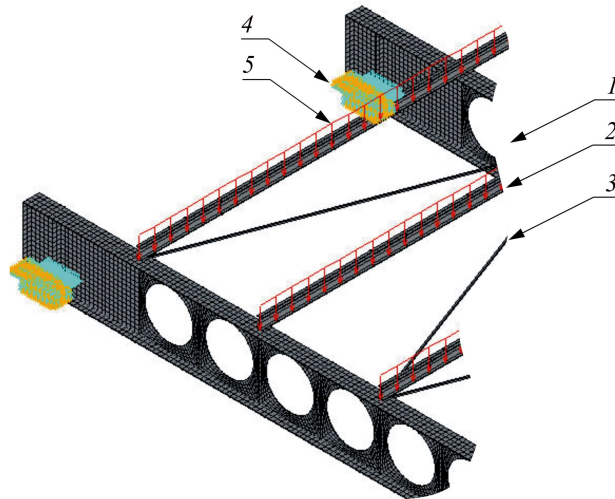
MODELE OBLICZENIOWE

Na potrzeby rozwiązania zadania optymalizacji z wykorzystaniem superelementu wykonano, wykorzystując pakiet Ansys [1], trzy modele obliczeniowe hali:

Model 1 – model pełny hali (rys.4) zbudowano wykorzystując do modelowania:

- dźwigarów (1) – ośmiowęzłowe elementy powierzchniowe *Shell 93*,
- płatwi (2) – elementy belkowe *Beam 188*,
- tężników (3) – elementy prętowe *Link 8*.

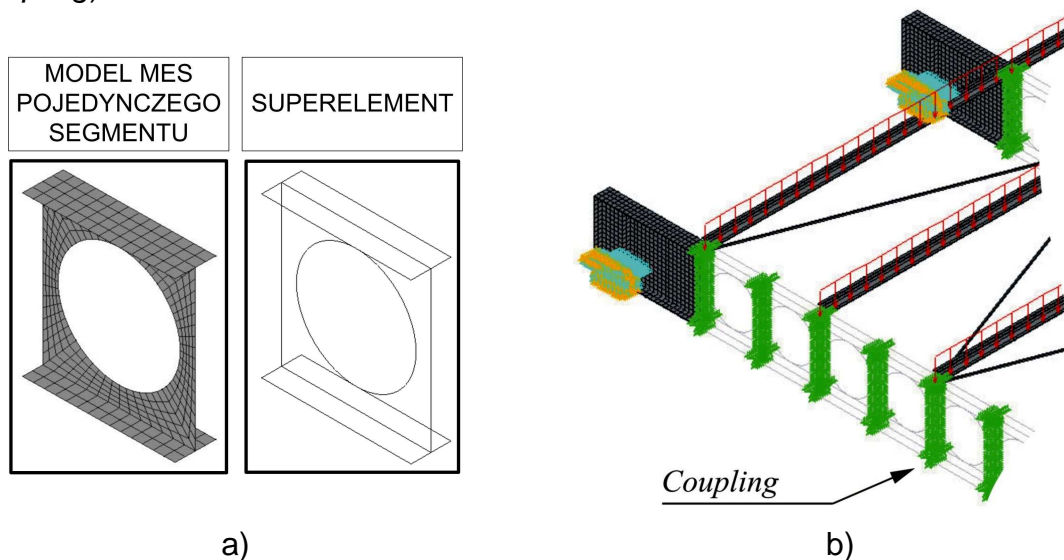
Warunki podparcia przyjęto zgodnie z przedstawionym na rys.2 modelem geometrycznym.



Rys. 4. Model I (fragment).

W rezultacie, dla początkowych wymiarów hali, uzyskano model złożony z 72864 elementów powierzchniowych, 1440 belkowych oraz 16 elementów prętowych. Model II oraz Model III różnią się od przedstawionego powyżej sposobem modelowania dźwigara. Przy ich budowie wykorzystano technikę modelowania z użyciem superelementów.

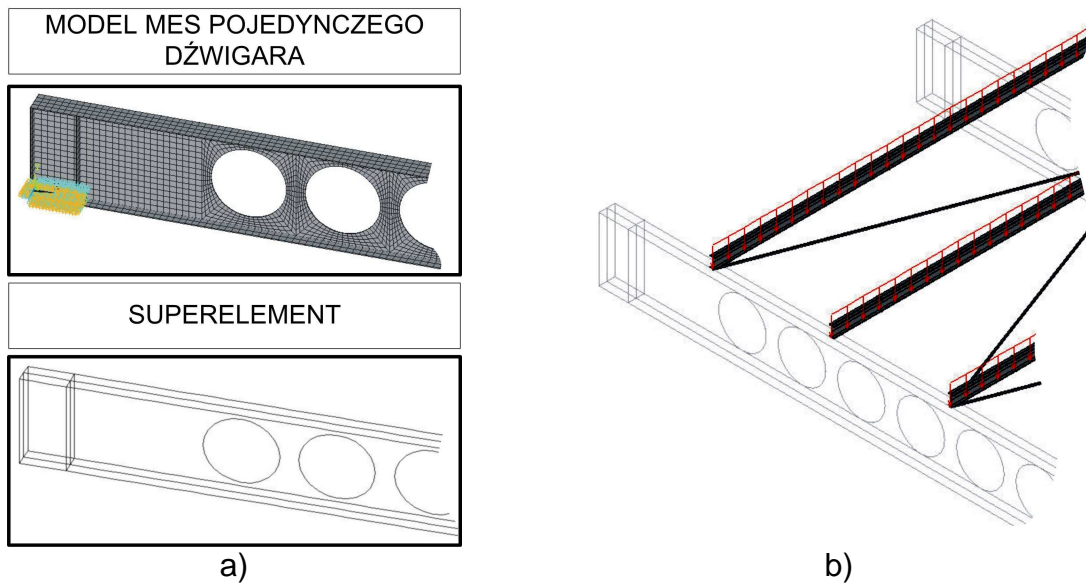
W pierwszym przypadku superelement zdefiniowano bazując na dyskretnym modelu pojedynczego segmentu belki (rys.5a), uzyskując model dyskretny hali (rys.5b) na który składają się: 144 superelementy, 13536 elementów powierzchniowych, 1440 elementów belkowych oraz 16 elementów prętowych. Wszystkie części modelu połączono w węzłach granicznych (koincydentnych) wykorzystując równania więzów (Coupling).



Rys. 5. Model II

a) definicja superelementu, b) model dyskretny dachu hali (fragment).

W drugim przypadku, gdzie definicja superelementu odpowiada całemu pojedynczemu dźwigarowi (rys.6), uzyskano model składający się z 9 superelementów, 1440 elementów belkowych oraz 16 elementów prętowych.



Rys. 6. Model III

a) definicja superelementu, b) model dyskretny dachu hali (fragment).

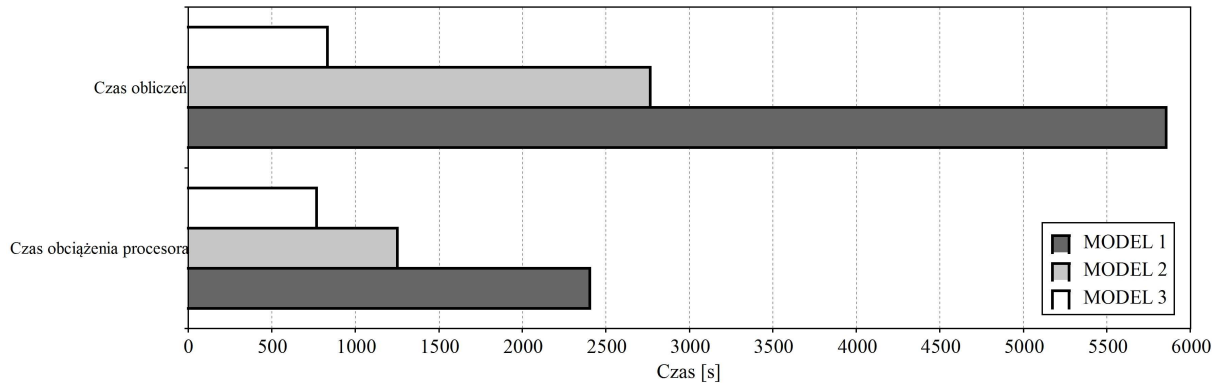
Nacisk działający na dach hali $p = 1.932 \text{ kN/m}^2$, wyznaczony stosownie postanowień norm [10] [11] [12], został rozłożony na płacie w postaci obciążenia ciągłego (5). Do analiz przyjęto charakterystykę materiału konstrukcji o własnościach zgodnych z [9]: $E = 2.05 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $\nu = 0.3$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

Całość obliczeń wykonano wykorzystując pliki wsadowe do programu Ansys, gdzie, używając języka poleceń pakietu (*Ansys Parametric Design Language*), zapisano poszczególne modele oraz sformułowano odpowiednie zadanie optymalizacji. Do rozwiązania zadania wykorzystano metodę *subproblem approximation* [2]. Jest to metoda rzędu zerowego, dla zadania z ograniczeniami będąca implementacją metody wewnętrznej funkcji kary. Punkty startowe dobrano wykonując szereg testów pomocniczych. Kryteria zbieżności przyjęto zgodne z zaleceniami zapisanymi w dokumentacji modułu *Design Optimization* pakietu. Dla każdej przeprowadzonej analizy, oprócz wyników zadania optymalizacji, odnotowano czas rozwiązania zadania, czas obciążenia procesora, wielkość zaangażowanej pamięci oraz wielkość plików generowanych podczas analizy. Testy numeryczne przeprowadzono na komputerze wyposażonym w procesor AMD Athlon™ 64 X2 4800+ oraz 2 GB pamięci operacyjnej

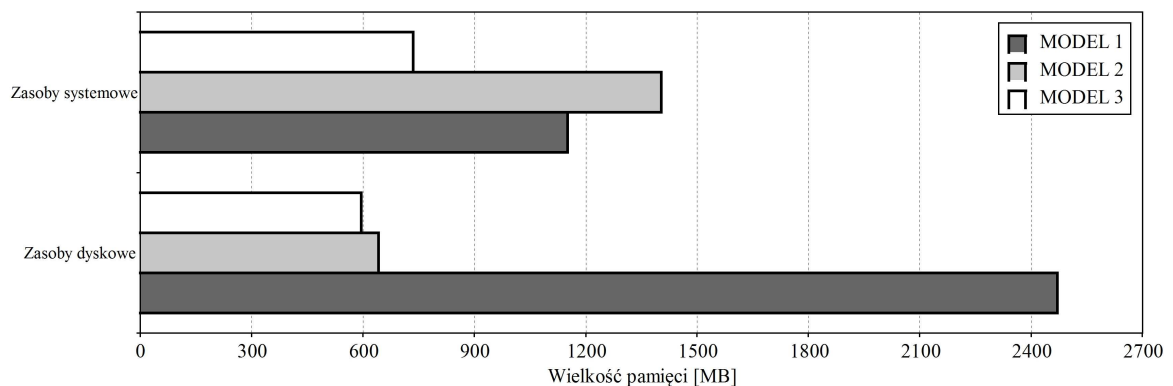
WYNIKI OBLICZEŃ

Analizując otrzymane rezultaty należy stwierdzić, że optymalne wartości zmiennych decyzyjnych uzyskane z analizy przedstawionych modeli (model pełny i modele złożone z superelementów) są identyczne. Tak samo również przebiegał proces poszukiwania rozwiązania optymalnego. Optymalne wartości zmiennych decyzyjnych to: $\hat{g} = 7.4 \text{ mm}$, $\hat{h} = 0.77 \text{ m}$, $\hat{N}_d = 10$. Masa dźwigarów wynosi wtedy $\hat{m} = 13271 \text{ kg}$.

Na rys. 7 oraz rys.8 pokazano porównanie czasów obliczeń oraz wykorzystanie pamięci podczas analizy przedstawionych modeli.



Rys. 7. Porównanie czasów obliczeń dla rozpatrywanych modeli obliczeniowych



Rys. 8. Zaangażowanie pamięci dla rozpatrywanych modeli obliczeniowych

PODSUMOWANIE

Wykorzystanie w analizie superelementów pozwala na znaczące zmniejszenie czasu potrzebnego do znalezienia rozwiązania optymalnego (rys.7). Również wielkość generowanych podczas analizy jest mniejsza niż w przypadku analizy modelu pełnego (rys.8). Dla rozwiązania zadania poszukiwania optymalnych wymiarów rozpatrywanego dachu hali szczególnie korzystne okazało wykorzystanie w analizie superelementu bazującego na modelu pojedynczego dźwigara. W tym przypadku czas obliczeń potrzebny do znalezienia rozwiązania jest ponad sześciokrotnie mniejszy niż przy analizie modelu pełnego. Warto wskazać także korzyści wynikające z zastosowania do budowy modelu hali superelementu wykonanego w oparciu o model dyskretny pojedynczego segmentu dźwigara. Mimo, że w przedstawionych zestawieniach, zarówno jeśli chodzi o czas obliczeń jak i zapotrzebowanie na zasoby systemowe sposób ten wypada nieco gorzej, to nie do przecenienia jest większa uniwersalność takiego rozwiązania – w łatwy sposób można modelować konstrukcje z dźwigarami o różnej rozpiętości.

Zasadniczą wadą przedstawionego sposobu postępowania jest to, że biblioteczny element pakietu ANSYS *Matrix50* (superelement) jest elementem, który nie pozwala na analizę modeli z nieliniowością materiałową. W szczególności, w odniesieniu do belek ażurowych, nie można badać mechanizmu powstawania przegubów plastycznych w belce (tzw. mechanizm Vierendeel'a [3]). Nieco trudniejsze jest również zbudowanie modelu obliczeniowego i opracowanie pliku wsadowego do

program Ansys. Mimo tych niedogodności, należy stwierdzić, że wykorzystanie tego rodzaju superelementu daje wymierne korzyści i nie ogranicza znacząco zakresu przeprowadzanych analiz.

LITERATURA

- [1] Adams V., Askenazi A.: *Building Better Products with Finite Element Analysis*, ONWORD PRESS, 1999,
- [2] Ansys Help SYSTEM, 2008,
- [3] Chung K.F., Liu T.C.H, Ko, A.C.H.: *Investigation on Vierendeel mechanism in steel beams with circular web openings*, Journal of Constructional Steel Research, 2001, 57:467-90.
- [4] Lagaros N.D., Psarras L.D., Papadrakakis M., Panagiotou G.: *Optimum design of steel structures with web openings*, Engineering Structures, 2008, 30:2528-2537,
- [5] Psarras L. D., Lagaros N. D., Papadrakakis M.: *Sizing and shape optimization of 3D steel structures with web openings*, 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Limassol, 2005,
- [6] Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, Wydawnictwo PW, 2005,
- [7] Stadnicki J.: *Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji z przykładami zastosowań technicznych*, WNT, Warszawa, 2006.
- [8] Żółtowski W., Łubiński M., Filipowicz A.: *Konstrukcje metalowe cz.1*, Arkady, 2007
- [9] PN-90/B-03200, *Konstrukcje stalowe, Obliczenia statyczne i projektowanie*.
- [10] PN-82/B-02001 *Obciążenia budowli, Obciążenia stałe*,
- [11] PN-80/B-02010/Az1:2006 *Obciążenia w obliczeniach statycznych, Obciążenie śniegiem*,
- [12] PN-B-02011:1977/Az1:2009 *Obciążenia w obliczeniach statycznych, Obciążenie wiatrem*.