

Dziubek Tomasz, dr inż.
Pisula Jadwiga, dr inż.
Politechnika Rzeszowska, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa
(17) 865 1662
jpisula@prz.edu.pl
tdziubek@prz.edu.pl

Analiza dokładności modeli 3D-CAD walcowych kół zębatych otrzymywanych w procesie symulacji obróbki w odniesieniu do parametrycznych modeli powierzchniowych

Streszczenie: Artykuł prezentuje porównanie dokładności modeli 3D kół zębatych walcowych o zębach prostych i śrubowych wykonanych w procesie symulacji obróbki oraz modeli powierzchniowych utworzonych w programie CATIA V5. Porównanie modeli przeprowadzono w odniesieniu do matematycznego modelu nacinania kół zębatych narzędziem zębatkowym, będącego zbiorem punktów określających powierzchnię boczną zęba koła.

Analysis of the accuracy of the 3D-CAD model of cylindrical gear obtained by the machining simulation for parametric surface models

Abstract: The article presents a comparison of the accuracy of 3D cylindrical gears with straight and helical teeth made in the process of machining simulation and surface models created with CATIA V5. Comparison of models was carried out in relation to the mathematical model of cutting tool rack and pinion gears, which is a set of points defining the tooth surface of the gear.

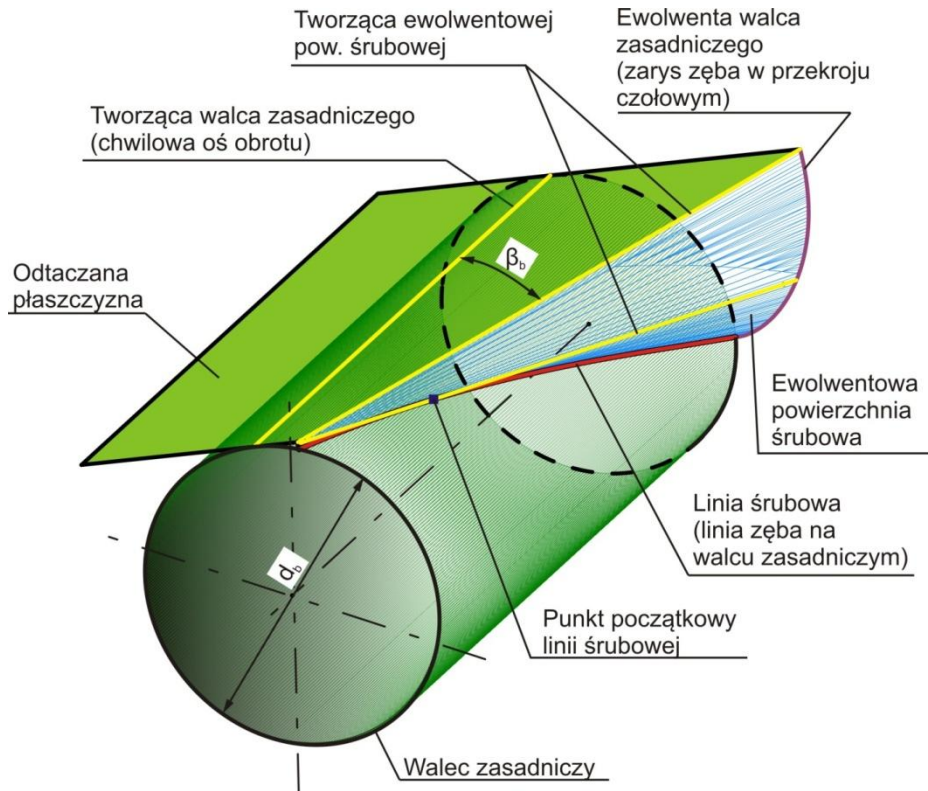
1. WSTĘP

Dokładność modeli kół zębatych ma istotne znaczenie przy określaniu parametrów kinematycznych pary współpracującej, przy przeprowadzeniu precyzyjnej analizy geometrycznej zazębienia oraz analizach w środowisku MES przeprowadzanych dla potrzeb przemysłu lotniczego. Precyzyjne modele odwzorowujące kształt zęba oraz całego koła są wykorzystywane także w procesie produkcji lotniczych kół zębatych. Pozwalają na przeprowadzenie kontroli i wykrycie ewentualnych nieprawidłowości na poszczególnych etapach wytwarzania oraz na ostateczną weryfikację poprawności geometrycznej finalnego produktu przy wykorzystaniu pomiarów współrzędnościowych.

W artykule przedstawiono analizę dokładności powierzchni bocznych walcowych kół zębatych modeli 3D-CAD. Zaprezentowano trzy modele: geometryczny i matematyczny model powierzchniowy oraz model bryłowy kół zębatych. Prace te zostały wykonane w środowisku systemu CATIA V5.

2. PREZENTACJA MODELI KÓŁ ZĘBATYCH

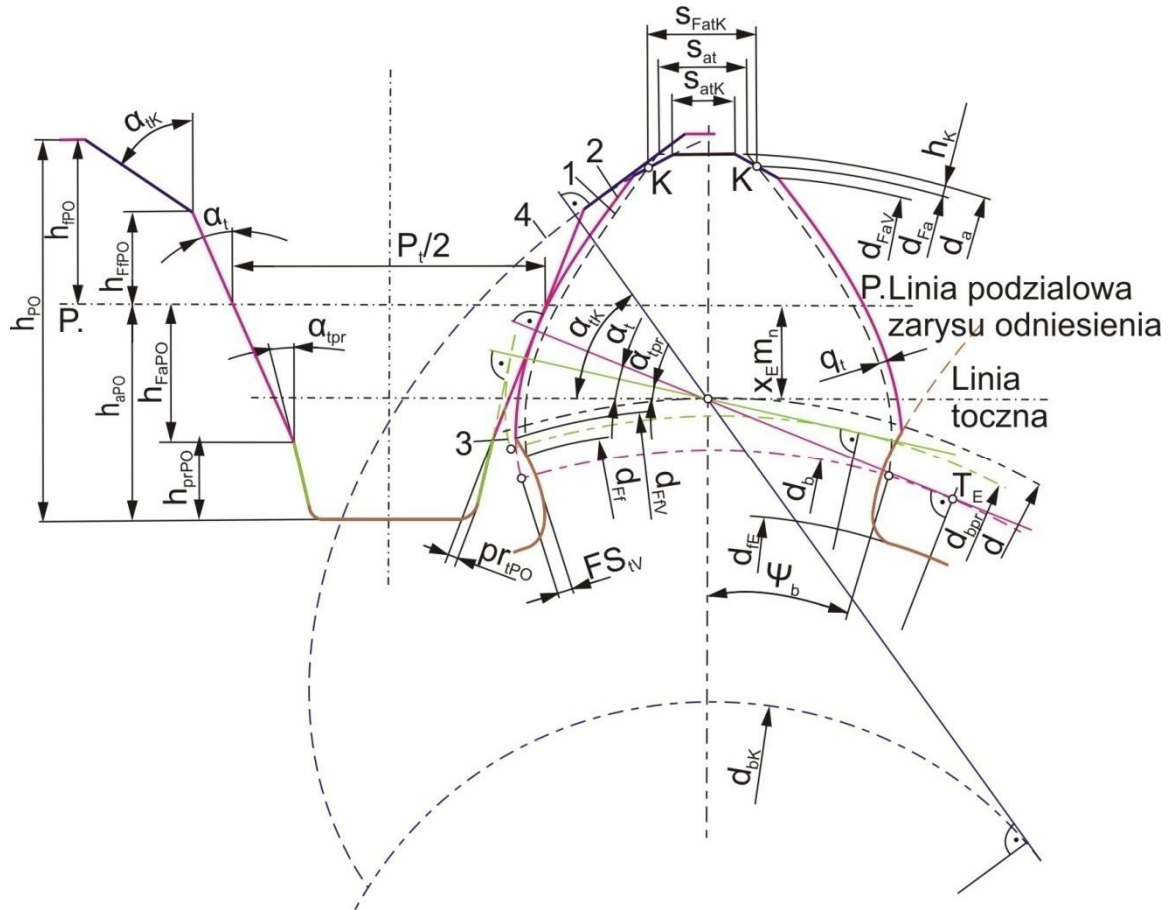
Parametryczny model powierzchniowy walcowej przekładni zębatej (model geometryczny) opiera się na wykorzystaniu, w możliwie największym stopniu, konstrukcji geometrycznych eliminując przy tym zależności analityczne. Wykonany model stanowi idealną geometrycznie przekładnię, której powierzchnie boczne zębów utworzono na zasadzie przeciągnięcia linii stycznej do linii śrubowej na walcu zasadniczym wzdłuż tej linii, a przecięcie płaszczyzną czołową przeciągniętej powierzchni śrubowej daje ewolwentę (rys. 1).



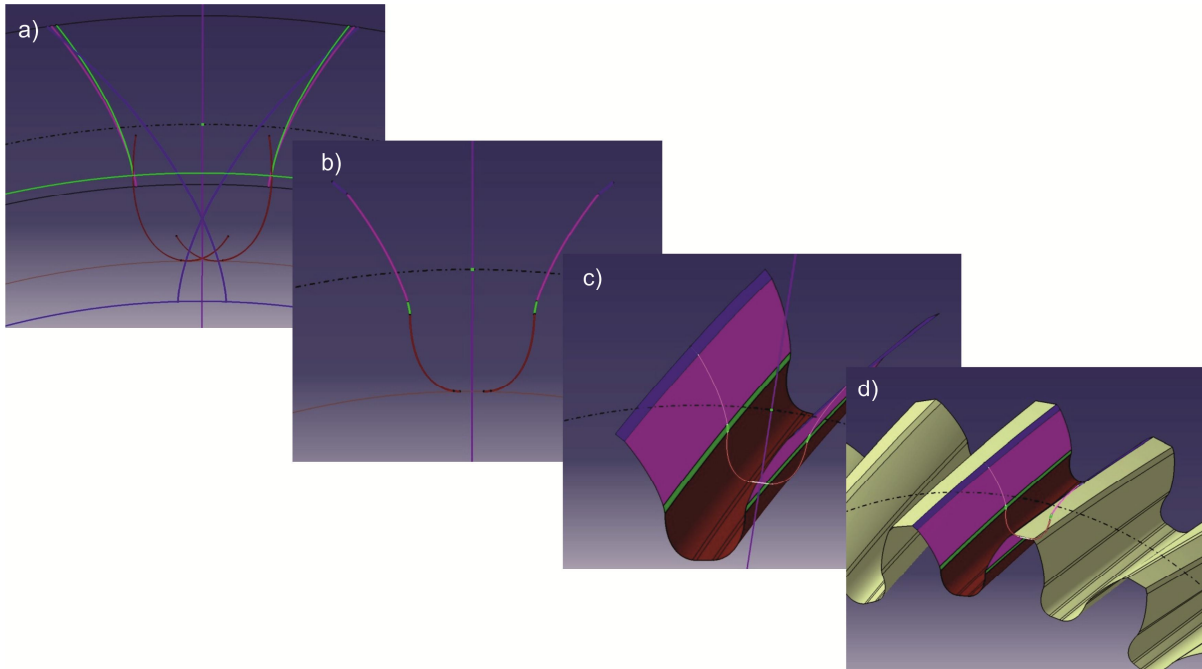
Rys. 1. Zasada tworzenia powierzchni ewolwentowo-śrubowej [1]

Budowa parametrycznego modelu powierzchniowego koła składa się z kilku etapów. W pierwszym etapie wprowadzono niezbędne parametry (moduł, liczba zębów, kąt pochylenia linii zęba oraz parametry narzędzia przedstawione na rys. 2.), pozostałe parametry wynikały z obliczeń prowadzonych podczas parametryzacji, bezpośrednio w oprogramowaniu CAD. Na podstawie zdefiniowanych parametrów utworzono geometrię w postaci walca zasadniczego, na którym umieszczono linię śrubową powiązaną z płaszczyzną odtaczania, na której leżą tworzące ewolwentowej powierzchni śrubowej (rys. 1). Ponieważ koła zębate o wysokiej dokładności posiadają zmodyfikowaną geometrię zarysu zęba, model uwzględnia modyfikację zarówno głowy jak i stopy zęba. Z tego względu tworzony model opiera się nie tylko na podstawowej ewolwencji, ale uwzględnia dodatkowe powierzchnie ewolwentowo – śrubowe odnoszące się do modyfikacji wierzchołka oraz protuberancji (modyfikacji stopy) Kolejnym etapem opracowania parametrycznego modelu powierzchniowego było właściwe usytuowanie poszczególnych ewolwent względem siebie, czyli ewolwenty zasadniczej, wierzchołka oraz protuberancji (rys. 3a). Zostało to wykonane dzięki odpowiedniemu powiązaniu poszczególnych krzywych z krawędziami skrawającymi narzędzia (rys. 2). Punkty charakterystyczne wyznaczono poprzez określenie przedłużenia krawędzi tnących narzędzia, które wykonują ewolwenty protuberancji i ścięcia wierzchołka, a następnie wyznaczeniu normalnych do tych krawędzi, stycznych do odpowiednich okręgów zasadniczych i przechodzących przez punkt zazębienia (rys. 2). Dzięki temu możliwe było określenie odpowiednich okręgów tocnych dla tych krzywych, a z punktów ich wzajemnego przecięcia poprowadzenie linii łączących te punkty z osią koła. Wyznaczając pomiędzy nimi kąty, określono wartość kąta obrotu o jaki należy przemieścić odpowiednie ewolwenty do położenia odpowiadającego kształtowi zarysu uzyskiwanego przy danych parametrach geometrii użytego narzędzia. Przy założonych parametrach uzyskuje się ustawienie w stosunku do ewolwenty

podstawowej (różowa) położenie ewolwenty ścięcia wierzchołka zęba (niebieska) oraz ewolwenty protuberancji (zielona) (rys. 3b). Po zdefiniowaniu pełnego zarysu wrębu, w kolejnym etapie tworzy się powierzchnie wrębu przez przeciągnięcie uzyskanego zarysu po zamodelowanej krzywej odpowiadającej linii zęba (rys. 3c). Ostatnim etapem jest wykonanie pełnego zarysu wieńca zębatego (rys. 3d).



Rys.2. Zarys zęba w przekroju czołowym odwzorowany przez narzędzie typu zębatkowego o zarysie odniesienia wg DIN 3960 wykorzystany przy tworzeniu parametrycznych modeli bryłowych oraz modeli powierzchniowych: matematycznego i geometrycznego walcowych kół zębatych



Rys. 3. Kolejne etapy tworzenia powierzchniowego modelu uzębienia koła zębatego: a) tworzenie parametrycznej geometrii boku zęba wraz z krzywą przejścia, b) wykonanie pełnego zarysu wrębu, c) wykonanie powierzchni wrębu poprzez przeciągnięcie zarysu po zamodelowanej krzywej odpowiadającej linii zęba, d) wykonanie pełnego zarysu wieńca zębatego [1]

Parametryczny model powierzchniowy kół zębatach jest modelem o idealnej geometrii. Powierzchnia boczna wrębu to złożenie powierzchni ewolwentowo-śrubowych, dlatego też można go potraktować jako odniesienie do innych modeli CAD w celu uchwycenia odchyłeń od powierzchni bazowej. Zmiany powierzchni bocznej wynikające z modyfikacji ruchu odtaczania nie są możliwe do uwzględnienia w tym modelu. Opiswane celowe zmiany powierzchni bocznej uwzględnia model matematyczny. Oprócz zastosowania modyfikowanego zarysu narzędzia nie tylko w postaci ścięcia wierzchołka, protuberancji, ale zmiany zarysu dowolną krzywą, model matematyczny bierze pod uwagę również przesunięcie zarysu oraz wprowadzenie dodatkowych ruchów narzędzia względem koła, powodujących zmianę geometrii powierzchni bocznej. Ze względu na jego uniwersalność oraz uzyskanie wyników w postaci równania wektorowego (w przypadku mniej skomplikowanych zależności) lub zbioru punktów leżących na powierzchni bocznej stanowiących rozwiązanie numeryczne układu równań nieliniowych w środowisku Mathcada, model matematyczny stanowi model bazowy.

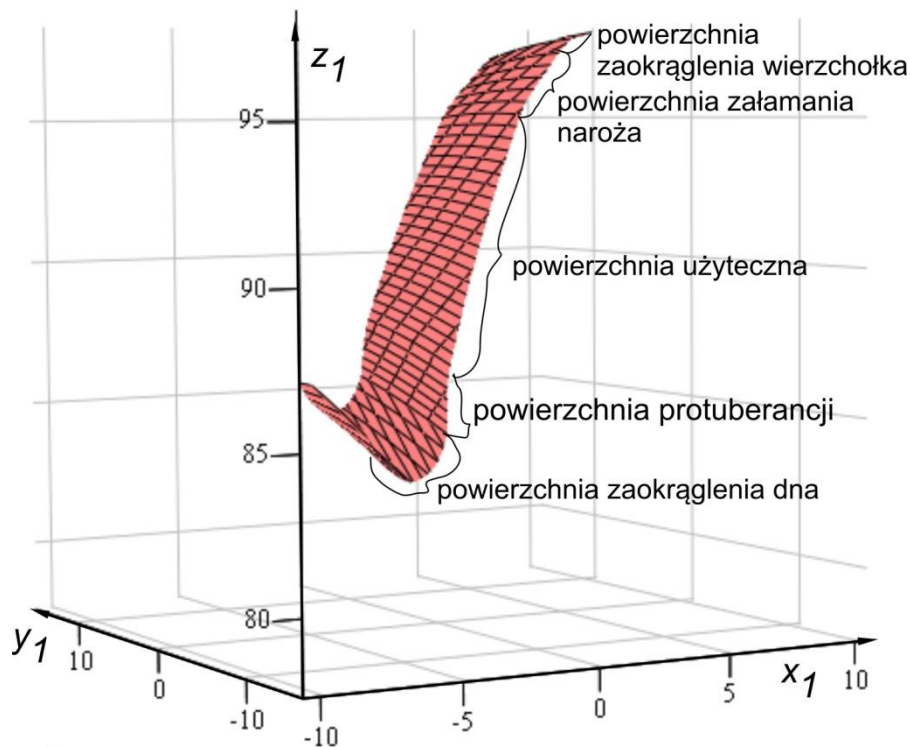
Model matematyczny powierzchni bocznej zęba to zapis powierzchni bocznej zęba nacinanej metodą obwiedniową wynikający z równania powierzchni działania narzędzia, kinematyki obróbki oraz układu technologicznego. Równanie powierzchni bocznej zęba, stanowi obwiednię powierzchni działania narzędzia i wyznacza się go z układu równań (1), do którego wchodzi równanie rodziny powierzchni działania narzędzia oraz równanie zazębienia wynikające z metody kinematycznej określania obwiedni [2]

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1(u_t, w_t, \varphi_t) \\ \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{v}_1^u(u_t, w_t, \varphi_t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

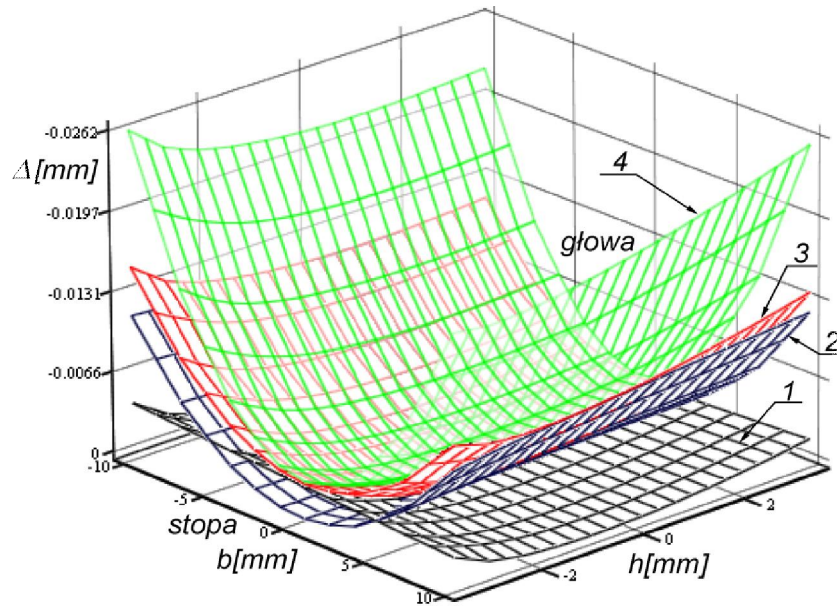
gdzie: $\mathbf{r}_1(u_t, w_t, \varphi_t)$ - funkcja wektorowa określająca rodzinę powierzchni działania narzędzia przedstawiona w układzie związanym z obrabianym kołem (S_1), otrzymana

z równania $r_1(u_i, w_i, \varphi_i) = M_{1i}(\varphi_i) \cdot r_i(u_i, w_i)$, w którym $M_{1i}(\varphi_i)$ stanowi macierz transformacji układów współrzędnych definiujących układ technologiczny dla wybranej metody obróbki, natomiast $r_i(u_i, w_i)$ równanie wektorowe powierzchni działania narzędzia określone w układzie narzędzia (S_i), n_i - jednostkowy wektor normalny w S_i , $v_i^{rel}(u_i, w_i, \varphi_i)$ - wektor prędkości względnej określony w układzie S_i , u_i, w_i - parametry definiujące narzędzie, φ_i - parametr ruchu.

Biorąc pod uwagę zarys narzędzia przedstawiony na rys.2. otrzymano dla założonych parametrów powierzchnię boczną wrębu w postaci równań wektorowych dla poszczególnych powierzchni składowych boku zęba (rys.4.) [4][5]. Dla założonych dodatkowych ruchów kształtujących uzębienia i zarysie narzędzia prostoliniowym uzyskano powierzchnie boczne w postaci zbioru punktów, którą odniesiono do powierzchni nominalnej, czyli bez dodatkowych ruchów obrabiarki o tym samym prostoliniowym zarysie narzędzia (rys. 5.).



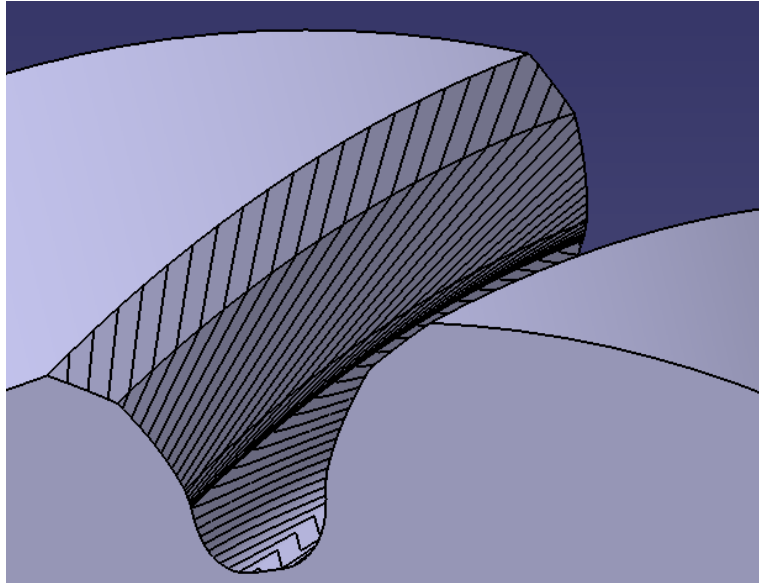
Rys. 4. Powierzchnia boczna zęba koła walcowego o zębach śrubowych o modyfikowanym zarysie wygenerowana na podstawie modelu matematycznego (wykonane nożem zębatkowym – metoda Maaga)[5]



Rys.5. Odchylenia powierzchni bocznych zębniaka od powierzchni nominalnej uzyskanych przez zastosowanie dodatkowych ruchów obrabiarki [3]

Jednym z elementów determinujących dokładność wykonania koła zębatego jest narzędzie obróbkowe. Symulacje procesów nacinania kół zębatych w środowisku systemów CAD nie odpowiada rzeczywistej obróbce, ale na jej podstawie uzyskuje się dostateczną ilość informacji, które umożliwiają prowadzenie analiz oraz dokonanie modyfikacji w zakresie konstrukcji, czy technologii [6]. Dlatego też nie posiadając modelu matematycznego powierzchni bocznej zęba wykonuje się model bryłowy 3D-CAD koła. Po zakończeniu symulacji na powierzchniach bocznych zębów zaobserwować można ślady wirtualnej obróbki. Powierzchnia wrębu składa się z szeregu powierzchni, które stanowią ślady kolejnych operacji Boole'a (odejmowanie bryły narzędzia od koła) (rys. 6). Efekt ten nazywany jest graniastością powierzchni, co wpływa na dokładność modeli uzyskiwanych metodą symulacji obróbki [3][6].

W symulacjach metod obwiedniowych dokładność zarysu boku zęba determinuje liczba kroków symulacji, w wyniku której uzyskuje się pełny zarys. Wartość ta w połączeniu z geometrią wirtualnego narzędzia ma zapewnić odniesienie do rzeczywistego procesu obróbki. Istnieją tutaj jednak ograniczenia wynikające z faktu, że zwiększając liczbę kroków symulacji, następuje znaczny wzrost objętości pliku, co utrudnia prowadzenie jakichkolwiek analiz związanych z generowaną geometrią koła. Mimo to odpowiednio dobierając parametry procesu symulacji, zyskujemy praktyczne, wygodne oraz szybkie narzędzie dla konstruktora i technologa.

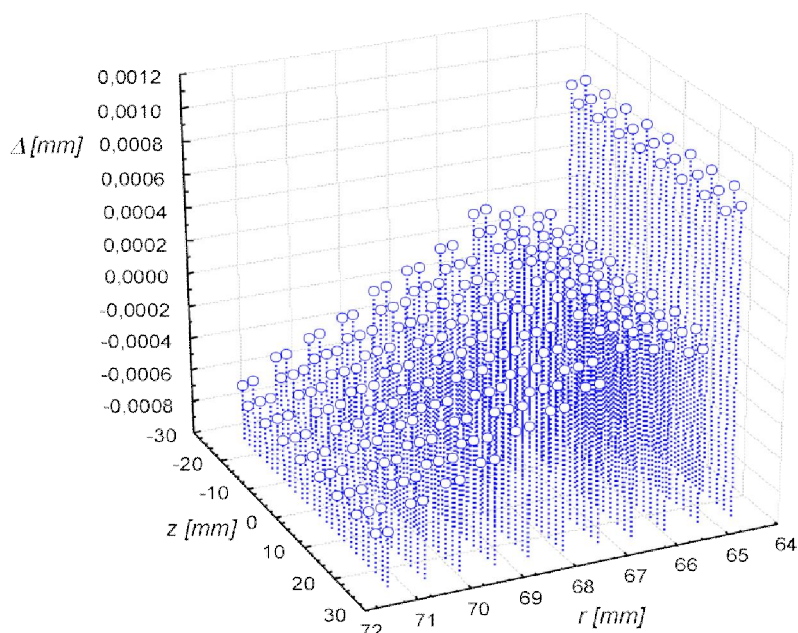


Rys.6. Wynik symulacji generowania uzębienia koła zębatego walcowego metodą obróbki obwiedniowej - dłutowanie wg metody Magga, narzędzie zębatka z modyfikacją zarysu [5]

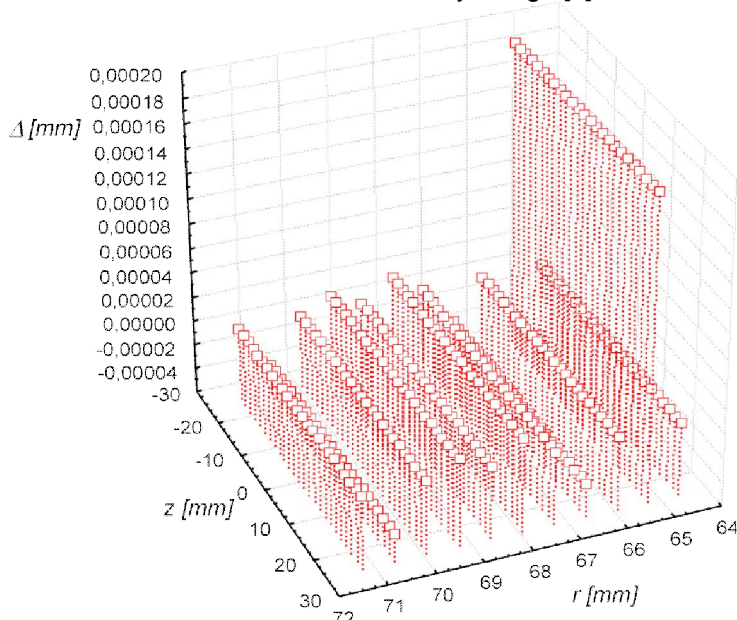
Symulacje obróbki możemy prowadzić dla wszystkich typów kół zębatach, pod warunkiem, że jesteśmy w stanie zamodelować narzędzie oraz poprawnie zdefiniować i opisać kinematykę procesu nacinania uzębienia. Z tego względu znaczna część modeli jakie zostały poddane analizie w niniejszej pracy została zamodelowana z użyciem tej metody.

3. ANALIZA DOKŁADNOŚCI MODELI KÓŁ ZĘBATYCH

Porównano przedstawione modele kół zębatach. Weryfikacja modelu bryłowego polegała na porównaniu go z modelem matematycznym. Model bryłowy złożono z powierzchnią wygenerowaną na podstawie modelu matematycznego, następnie określono odchyłki modelu bryłowego w stosunku do wzorcowego (matematycznego). Średnia odchyłka na powierzchni bocznej zęba wynosi $0,2[\mu\text{m}]$, największa wartość wynosi $0,001[\text{mm}]$ występuje w miejscu wystąpienia krawędzi podcięcia - związane jest to ze sposobem generowania powierzchni na podstawie modelu matematycznego, ale także jest wynikiem graniastości powierzchni modelu bryłowego (rys. 7). Na rys. 8. porównano model matematyczny otrzymany w postaci równania oraz uzyskany z obliczeń numerycznych. Na całej powierzchni te odchylenia nie przekraczają $0,02[\mu\text{m}]$ z wyjątkiem, podobnie jak w przypadku modelu bryłowego, przejścia z ewolwenty na krzywą przejścia. Wartość maksymalna odchylenia wynosi jedynie $0,2[\mu\text{m}]$. Model matematyczny bez względu na uzyskany sposób powierzchni bocznej jest bardzo dokładny. Szczegółową analizę dotyczącą modelu matematycznego zaprezentowano w rozprawie doktorskiej współautorki artykułu [5].

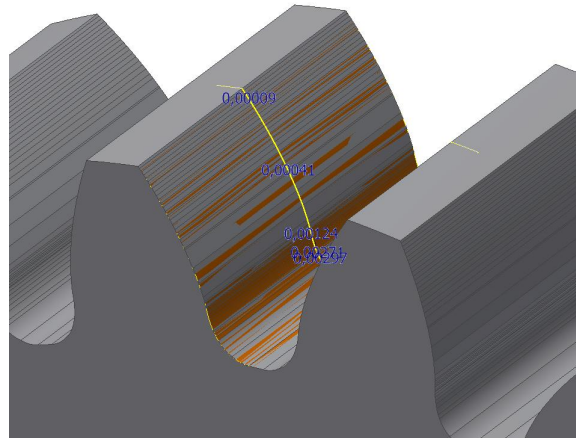


Rys.7. Odchylenie położenia punktów powierzchni bocznej zęba uzyskanych za pomocą symulacji obróbki i modelu matematycznego [5]



Rys.8. Odchylenie położenia punktów powierzchni bocznej zęba uzyskanych za pomocą modelu matematycznego w postaci równania i rozwiązania numerycznego [5]

Porównano również powierzchniowy model geometryczny z modelem bryłowym koła 3D-CAD. Maksymalne odchylenie powierzchni nacinanej w CAD z powierzchnią uzyskaną z modelu powierzchniowego wynosi 2,9 [μm] i występuje na krzywej przejścia (rys. 9).



Rys.9. Porównanie powierzchni bocznej zęba uzyskanej z modelu geometrycznego z modelem bryłowym koła 3D-CAD

4. PODSUMOWANIE

Sposób generowania modelu CAD koła zębatego w znacznej mierze determinuje jego dokładność. Dokładny model CAD uzębienia walcowego powinien odwzorować cały ząb - część użyteczną, czyli powierzchnię pewnej i prawdopodobnej współpracy, jak i przejście u podstawy. Uwzględnienie m.in. modyfikacji zarysu uzębienia i zazębienia oraz analizy zjawisk takich jak podcięcie stopy zęba czy zaostrenie głowy umożliwi pełną analizę geometrii koła. W takim przypadku jako model bazowy może być stosowany zarówno parametryczny model powierzchniowy jak i model matematyczny powierzchni bocznej zęba. Dodatkowe wprowadzenie modyfikacji na całym obszarze powierzchni bocznej w postaci beczkowatości na szerokości, czy też modyfikacji topologicznej wynikającej z zastosowania dodatkowych ruchów kształtujących uzębienie, poprawiające współpracę przekładni, powoduje, że otrzymywana powierzchnia boku zęba znacznie różni się od powierzchni nominalnej. Pomiar dokładności modelu może być wtedy odniesiony jedynie do modelu matematycznego powierzchni bocznej zęba. W modelu bryłowym koła utworzonym za pomocą symulacji obróbki na powierzchniach bocznych zęba tworzą się mikro powierzchnie. Ich wielkość zależy nie tylko od zastosowanej metody obróbki kół zębatych walcowych determinującej rodzaj narzędzia i kinematykę obróbki, ale również od kroku dyskretyzacji. Ten ostatni parametr ma znaczący wpływ na dokładność modelu. Właściwe ustalenie jego wartości decyduje o uzyskaniu założonej dokładności koła zębatego, którą można zweryfikować za pomocą współrzędnościowej maszyny pomiarowej.

Badania realizowane w ramach Projektu "Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

LITERATURA

- [1]. Dziubek T.: *Analiza współrzędnościowych systemów pomiarowych kół zębatach*. Rozprawa doktorska, Rzeszów, 2012;
- [2]. Litvin Faydor L., Fuentes Alfonso, *Gear geometry and applied theory*. Second edition. Cambridge University Press, New York, 2004.
- [3]. Marciniak A., Pisula J., Sobolewski B.: *Modelowanie kół zębatach w środowisku systemowym 3D-CAD*, rozdział 1 Monografii pod red. G. Budzika „Określenie chwilowego śladu styku przekładni zębatach z zastosowaniem metod szybkiego prototypowania”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2011, s. 9-47;
- [4]. Marciniak A., Pisula J.: *Uniwersalny model matematyczny obróbki walcowych kół zębatach*. IX publikacja Komisji Budowy Maszyn PAN, oddział w Poznaniu, Poznań 2006;
- [5]. Pisula J.: *Matematyczny model geometrii uzębienia i zazębienia kół walcowych kształtowanych obwiedniowo*. Rozprawa doktorska, Rzeszów, 2006;
- [6]. Skawiński P., Siemiński P., Pomianowski R.: *Generowanie modeli bryłowych uzębienia stożkowych za pomocą symulacji oprogramowanych w systemie 3D CAD*. Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Mechaników Polskich, Mechanik z.11, 2011, s. 922.